"วิธีการก็คือ เราใช้พิกัดแบบขนาน หรือ Parallel Coordinates ในการกำหนดตำแหน่งของจุด แทนที่จะใช้พิกัดแบบตั้งฉากในแบบที่ใช้กันอยู่ทั่วไป"

ครรชิต มาลัยวงศ์

ศูนย์วิทยาศาสตร์ไอบีเอ็มที่ลอสแองเจลิส อยู่ที่ถนนวิลไชร์ ซึ่งทอดผ่านจากฝั่งทะเลไปถึงมหาวิทยาลัยแคลิฟอร์เนีย ลอสแองเจลิส หรือที่รู้จักกันดีในนามของยูซีแอลเอ จากห้องของ ดร.เจมส์ เอ. จอร์แดน จูเนียร์ ซึ่งเป็นผู้อำนวยการศูนย์แห่งนี้ เราสามารถมองเห็นสนามหญ้าเขียวขจีกว้างใหญ่ขององค์การทหารผ่านศึกอเมริกา ทิวทัศน์นี้ช่วยให้บรรยากาศในการทำงานของชาวไอบีเอ็มในศูนย์แห่งนี้แจ่มใสมากทีเดียว

ผมรู้จัก ดร.จอร์แดน มานานร่วมสิบปีแล้ว เมื่อครั้งที่ไอบีเอ็มเข้ามาโอบอุ้มให้ความช่วยเหลือสถาบันเทคโนโลยีแห่งเอเชีย ด้วยการให้ยืมคอมพิวเตอร์ IBM 370/145 ในสมัยที่ ดร.ทองฉัตร หงษ์ลดารมย์ ยังเป็นหัวหน้าศูนย์คอมพิวเตอร์ของสถาบันอยู่ ดร.จอร์แดน ได้รับเชิญให้มาช่วยงานของเอไอทีสองปีและงานแรกคือ จัดประชุมวิชาการคอมพิวเตอร์

ระหว่างประเทศที่เอไอที เมื่อปี 2520 และมีผู้เข้าร่วมประชุมจากประเทศต่าง ๆ ทั่วโลกกว่า 500 คน หลังจากนั้น อธิการบดีก็ขอให้ดร.จอร์แดน เป็นประธานร่างหลักสูตรปริญญาโททางคอมพิวเตอร์ให้เอไอที โดยมี ศาสตราจารย์ปกรณ์ อดุลยพันธ์ ซึ่งขณะนี้รับผิดชอบงานคอมพิวเตอร์ของเครือซีเมนต์ไทย และผม เป็นกรรมการ การเตรียมการของดร.จอร์แดน ในครั้งนั้นได้ทำให้เกิดภาควิชาคอมพิวเตอร์ประยุกต์ ซึ่งขณะนี้ได้เปลี่ยนมาเป็นภาควิชาคอมพิวเตอร์ศาสตร์เต็มตัว

"ผมยินดีที่คุณมาเยี่ยมศูนย์ของเราได้" ดร.จอร์แดนบอกผมอย่างนั้น แต่อันที่จริงผมคิดว่าผมมีความยินดีมากกว่าที่ได้มาเห็นว่า นักวิจัยกลุ่มหนึ่งของไอบีเอ็มทำอะไรกันบ้าง นักวิจัยกลุ่มนี้อาจจะไม่ใช่ตัวแทนของไอบีเอ็มทั้งหมด เพราะว่าไอบีเอ็มเปิดทั้งศูนย์วิทยาศาสตร์ และศูนย์วิจัยมากมายหลายแห่งทั่วอเมริกา หรือจะเรียกว่าทั่วโลกก็ได้ เช่นในเอเชียก็มีที่โตเกียว และมีศูนย์การศึกษาที่ฮ่องกง เป็นต้น หรือในรัฐแคลิฟอร์เนียนี้เองก็มีศูนย์วิทยาศาสตร์อยู่ที่ลอสแองเจลิสแห่งนี้ และอยู่ที่พาโลอัลโตใกล้มหาวิทยาลัยสแตนฟอร์ด ทั้งยังมีศูนย์วิจัยอยู่ที่ซานโฮเซ่ เป็นต้น

"จิม ผมอยากถามสักหน่อยว่า ไอบีเอ็มมีศูนย์วิทยาศาสตร์ และศูนย์วิจัยตั้งหลายแห่งอย่างนี้น่ะ ศูนย์เหล่านี้ทำอะไรกันบ้าง" ผมถาม

"ศูนย์วิจัยที่ซานโฮเซ่นั้น สนใจทางด้านฮาร์ดแวร์ โดยเฉพาะเทคโนโลยีหน่วยความจำอย่างเช่น เรื่องจานแม่เหล็กเป็นต้น จานแม่เหล็กนั้นต้องหมุนด้วยความเร็วสูง ซึ่งทำให้เกิดกระแสของอากาศรอบผิวจาน ดังนั้น เขาก็ศึกษาเรื่องการเคลื่อนที่ของหัวอ่านจานแม่เหล็ก ว่าเวลาขยับจากที่หนึ่งไปอีกที่หนึ่งนั้น มีหรือเกิดปฏิกิริยาอะไรกับอากาศบนผิวจานบ้าง ส่วนที่ศูนย์วิทยาศาสตร์พาโลอัลโตนั้นเขาสนใจเรื่องยูนิกซ์กันมาก ดังนั้น จึงมีการวิจัยแง่มุมต่าง ๆ ของระบบนี้อย่างกว้างขวาง นอกจากนั้น ก็สนใจงานด้านการคำนวณทางวิทยาศาสตร์และวิศวกรรมศาสตร์ เช่น พวก parallel computation เป็นต้น ส่วนที่ศูนย์วิทยาศาสตร์ที่ลอสแองเจลิสนี้เรามีความสนใจหลายอย่าง แต่เกินกว่าครึ่งเป็นเรื่องของปัญญาประดิษฐ์" ดร.จอร์แดน ตอบ

"ผมรู้สึกว่า เรื่องที่วิจัยในศูนย์วิทยาศาสตร์ กับศูนย์วิจัยของไอบีเอ็มนั้น ดูมันสับสนหรือปน ๆ กันไปหลายอย่าง พอจะบอกได้ไหมครับว่า แนวทางการค้นคว้าและวิจัยต่างกันตรงไหน" ผมถาม

"งานของศูนย์วิทยาศาสตร์ เป็นการวิจัยเพื่อเพิ่มพูนความรู้ให้แก่วงการคอมพิวเตอร์อย่างกว้าง ๆ โดยไม่จำเป็นที่จะต้องลงเอยด้วยการผลิตเป็นซอฟต์แวร์หรือฮาร์ดแวร์ออกจำหน่าย ส่วนศูนย์วิจัยจะค้นคว้าเรื่องซึ่งจะเอาไปใช้ผลิตเป็นผลิตภัณฑ์ของไอบีเอ็ม เช่นพวกจานแม่เหล็ก วงจรต่าง ๆ ไปจนถึงงานวิจัยด้านวัสดุกึ่งตัวนำ และซูเปอร์คอนดักติวิตี้"

นั่นเป็นความรู้ใหม่สำหรับผม และช่วยให้เข้าใจความเป็นไปทางด้านงานวิจัยของไอบีเอ็มมากขึ้น ยิ่งฟังก็ยิ่งอิจฉาความเป็นอยู่ของนักวิจัยที่นี่มาก เพราะมีทั้งความเป็นอิสระและความสะดวกสบาย เงินทุนสำหรับทำวิจัยก็มีมากพอสมควร เครื่องมือก็มีมาก แถมยังสามารถติดต่อขอเอกสารงานวิจัยใหม่ ๆ จากศูนย์วิจัยอื่น ๆ มาใช้ได้อย่างง่ายดาย ดูแล้วช่างตรงกันข้ามกับนักวิจัยในเมืองไทย ซึ่งส่วนใหญ่เป็นอาจารย์มหาวิทยาลัย ที่เมืองไทยนั้น อาจารย์ต้องดิ้นรนหาเงินทองมาจุนเจือเพิ่มเติมให้กับเงินเดือนซึ่งแสนจะน้อยเต็มที ดังนั้น จึงต้องรับจ้างเขียนโปรแกรมบ้าง รับทำโครงการจิปาถะบ้าง รับสอนภาษาเบสิก หรือดีเบสบ้าง จึงไม่มีเวลาจะค้นคว้าวิจัยหาความรู้ใหม่ ๆ ทางด้านคอมพิวเตอร์เลย เมื่อเป็นเช่นนี้ความก้าวหน้าของวิชาการคอมพิวเตอร์ในเมืองไทย จะไปถึงไหน ก็คงบอกได้ไม่ยาก

"จิม คุณคงไม่รังเกียจ ถ้าผมจะขอดูโครงการวิจัยในศูนย์ของคุณหน่อย"

"ได้เสมอและทุกเวลา" ดร.จอร์แดนตอบ "ว่าแต่ว่าคุณอยากดูเรื่องอะไรล่ะ ผมบอกแล้วว่าเราค้นคว้ากันหลายเรื่อง"

"ไหนลองบอกคร่าว ๆ ซีครับ เผื่อผมจะเจาะลึกเป็นบางเรื่อง สำหรับเอาไปเล่าให้เพื่อนผมที่เมืองไทยรู้กันบ้าง"

"ทางด้านปัญญาประดิษฐ์ เรามีการทำระบบผู้ชำนาญสำหรับให้คำแนะนำเกี่ยวกับความผิดพลาดของระบบ CMS ระบบผู้ชำนาญสำหรับช่วยวางแผนระบบสารสนเทศ..." ดร.จอร์แดนหยุดชั่วครู่ก่อนตั้งคำถามว่า "คุณรู้จักวิธี BSP ไหม"

"รู้จักสิครับ" ผมหัวเราะเมื่อถูกลองภูมิ "BSP คือ Business System Planning เป็นวิธีการของไอบีเอ็ม สำหรับใช้วางแผนระบบสารสนเทศรวมของทั้งบริษัทหรือหน่วยงาน คุณเอาหลักการปัญญาประดิษฐ์มาใช้กับ BSP หรือครับ"

ดร.จอร์แดนพยักหน้ารับ "ก็ทำนองนั้นแหละ แต่เราเปลี่ยนใหม่เป็นระบบที่เรียกว่า Enterprise-wide Information Management โดยเราวางขั้นตอนใหม่แล้วนำหลักการปัญญาประดิษฐ์เข้ามาช่วยเป็นบางจุด"

"แล้วเรื่องอื่น ๆ ล่ะครับ" ผมถามต่อ

"เรามีงานวิจัยทางด้านการแปลภาษา หรือ Machine Translation งานวิจัยด้านหุ่นยนต์ หรือ Robotics งานวิจัยด้าน CAI หรือการใช้คอมพิวเตอร์ช่วยสอนทฤษฎีดนตรี และงานด้านกราฟิกหลายมิติ"

"กราฟิกหลายมิติ หรือครับ" ผมทวนถามอย่างประหลาดใจ "มันเป็นอย่างไรครับ ชักจะน่าสนใจเอามาก ๆ แล้วซี"

"มันก็คือกราฟหลายมิติ" ดร.จอร์แดนกล่าวตอบเชิงเล่นลิ้น "กราฟที่แสดงภาพและความสัมพันธ์หลาย ๆ มิติได้"

"ผมเดาว่า คงได้แค่สามมิติ" ผมดักคอด้วยความชำนาญ

"ผิดแล้ว" ดร.จอร์แดนยิ้ม "เราสามารถแสดงภาพได้สิบมิติ ยี่สิบมิติ หรือกี่มิติก็ได้"

"ผมตัดสินใจแล้วว่า ผมอยากจะดูรายละเอียดเรื่องนี้" ผมยืนยันความตั้งใจ "คุณจะพอมีเวลาเล่าให้ผมฟังมากกว่านี้ได้ไหม"

"เอาอย่างงี้ดีกว่า" ดร.จอร์แดนบอก "ผมจะส่งคุณไปคุยกับ ดร.อินเซลเบอร์ก ผู้บุกเบิกงานด้านนี้ของเราดีกว่า ดร.อินเซลเบอร์ก คงจะอธิบายเรื่องนี้ได้ดีกว่าผมแน่ ๆ"

เราไม่ต้องเดินทางไปไกลนัก เพียงแค่ออกจากห้องของ ดร.จอร์แดน แล้วเดินตามทางเดินแคบ ๆ ผ่านห้องทำงานของนักวิจัยคนอื่น ๆ สี่ห้าห้อง แล้วเราก็มาถึงห้องทำงานของดร.อัลเฟรด อินเซลเบอร์ก และหลังจากแนะนำตัวผมแล้ว ดร.เจมส์ จอร์แดน ก็ขอตัวกลับไปทำงานของเขา

"คุณอยากรู้เรื่องอะไรบ้างล่ะ" ดร.อินเซลเบอร์กถามหลังจากเดินออกไปชงกาแฟมาเลี้ยงผมหนึ่งถ้วย

"ก็เรื่องกราฟิกหลายมิติไงล่ะครับ ผมอยากรู้ว่า คุณจะพล็อตได้อย่างไร"

"ง่ายมาก" นักคอมพิวเตอร์ร่างสูงจากอเมริกาตอบ "วิธีการก็คือ เราใช้พิกัดแบบขนานหรือ Parallel Coordinates ในการกำหนดตำแหน่งของจุด แทนที่จะใช้พิกัดแบบตั้งฉากในแบบที่ใช้กันอยู่ทั่วไป คุณเคยรู้จักพิกัดแบบขนานหรือเปล่าล่ะ" ตอบไม่ตอบเปล่า ประโยคสุดท้ายกลับวกเข้ามาลองภูมิผมอีกแล้ว

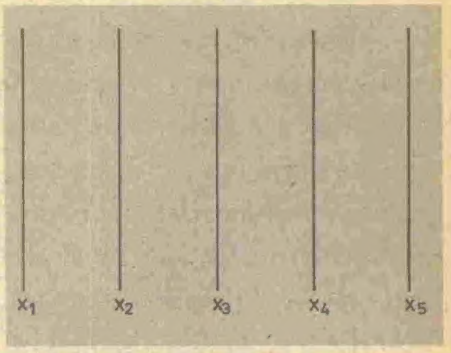
ผมอยากจะตอบรับเหมือนกัน แต่คราวนี้จนใจ เพราะไม่รู้จริง ๆ จึงต้องตอบปฏิเสธไป

> 66
>
> *ผมยังมองไม่เห็นสิ่งที่เป็นรูปธรรมใด ๆ ที่อยู่ในมิติมากกว่าสาม*
>
> 99

"พิกัดขนาน เป็นระบบอีกแบบหนึ่งสำหรับใช้แสดงความสัมพันธ์ระหว่างตัวแปรต่าง ๆ ที่เราสนใจ" ดร.อินเซลเบอร์กอธิบาย "ในระบบพิกัดตั้งฉาก ซึ่งทางคณิตศาสตร์เรียกว่า ระบบพิกัดคาร์ทีเซียนนั้น เราสามารถแสดงความสัมพันธ์ในระนาบสองมิติได้ดี พอมาถึงสามมิติเราก็ยังพอจะแสดงความสัมพันธ์ได้เพราะตัวเราเองก็คุ้นเคยกับวัตถุและสิ่งต่าง ๆ ที่กินเนื้อที่แบบสามมิติอยู่แล้ว แต่การวาดหรือแสดงภาพในแบบสามมิตินั้น ก็มีสองแบบคือ มีขนาดเท่ากันในแนวลึก ซึ่งเรานิยมใช้ในการเขียนแบบทางวิศวกรรม กับการเขียนแบบ perspective คือ ส่วนที่อยู่ใกล้มีขนาดใหญ่กว่าส่วนที่อยู่ไกล ซึ่งวิธีนี้เรานิยมใช้ในงานจิตรกรรม แต่พอเราต้องการแสดงภาพที่มีมิติมากกว่าสาม เราก็เกิดปัญหา..."

"ผมยังมองไม่เห็นสิ่งที่เป็นรูปธรรมใด ๆ ที่อยู่ในมิติมากกว่าสาม" ผมท้วงขึ้น "ในทางคณิตศาสตร์ผมยอมรับว่าจุด ๆ หนึ่ง ซึ่งแสดงด้วยค่าพิกัดหลายค่า เช่น P (x1, x2, x3, x4, x5) อาจหมายถึงจุด P ในห้ามิติ แต่จุดนี้เป็นนามธรรมยิ่งกว่ารูปธรรมนะครับ ส่วนในแง่ของวัตถุทางกายภาพผมยอมรับว่า เราอาจคิดถึงเวลาได้ว่าเป็นมิติที่สี่ แบบนี้หรือเปล่าที่คุณกล่าวว่าเป็นเรื่องของมิติที่ใหญ่กว่าสาม"

อัลเฟรดพยักหน้า "ใช่ คุณจะยอมรับว่าเวลาเป็นมิติที่สี่ก็ได้ แล้วเราก็พล็อตได้ด้วย ความจริงเรามีงานประยุกต์เกี่ยวกับมิติของเวลาให้คุณดูด้วย แต่ตอนนี้เรากลับมาพูดเรื่องเมื่อสักครู่ต่อก่อน ผมบอกแล้วว่า เราจะพล็อตภาพวัสดุในสี่มิติในระบบพิกัดคาร์ทีเซียนไม่ได้ แต่เราพล็อตในระบบพิกัดขนานได้ คือ แทนที่คุณจะลากแกน x กับ y ตั้งฉากกัน ขอให้ลากแกนของทุกมิติให้ขนานกัน โดยกำหนดให้อยู่ห่างจากกันเป็นระยะทางเท่ากันอย่างนี้...." ดร.อินเซลเบอร์ก หยิบปากกาขึ้นมาลากเส้นพิกัดแกนขนานดังรูปที่ 1



รูปที่ 1 แกนของพิกัดขนาน

"ผมชักจะได้ไอเดียแล้ว" ผมอุทาน "คุณเอาแกนทุกแกนมาวางขนานกันอย่างนี้ คุณก็ย่อมจะต้องเขียนกราฟหลายมิติได้แน่ ๆ"

"ใช่... แต่มันอาจไม่ง่ายเหมือนที่คุณอาจกำลังคิดนะ" ดร.อินเซลเบอร์กจ้องผมเขม็งราวกับอ่านใจผมออกว่า ผมกำลังคิดว่าระบบนี้มันแสนจะง่าย "ก่อนอื่น ถ้าคุณพิจารณาดี ๆ จะเห็นว่า สิ่งที่เป็นจุดในพิกัดตั้งฉากนั้น มันไม่ใช่จุดอีกต่อไปแล้ว แต่มันกลายเป็นเส้นไป"

"ไม่น่าเชื่อนะครับ" ผมพึมพำ

"คุณลองดูนี่ สมมติว่า คุณมีจุด P (1, 2, 2, 3, 1) ในห้ามิติ เวลาคุณพล็อต คุณจะได้จุดต่าง ๆ บนแกนแต่ละแกนใช่ไหม แล้วจุดบนแกนเหล่านี้มันระบุถึง P เดียวกันใช่ไหม ดังนั้น คุณก็ต้องเชื่อมจุดบนแกนทุกแกนเข้าหากัน อย่างนี้...."

อัลเฟรดลากเส้นให้ดูดังรูปที่ 2

ผมพิจารณาดูกราฟตามรูปที่อัลเฟรดเขียนแล้ว ก็จำต้องพยักหน้ายอมรับว่าจุดกลายมาเป็นเส้นจริง ๆ อย่างไม่มีทางเป็นอื่นไปได้ "ถ้าจุดกลายเป็นเส้นแล้ว เส้นจะกลายเป็นอะไรล่ะครับ คงมิต้องเป็นสิ่งที่ใหญ่กว่า คือ ระนาบดอกหรือครับ"

"ไม่เป็นดอกครับ" อัลเฟรดตอบ "เพราะว่า เส้นในพิกัดตั้งฉาก จะกลับกลายมาเป็นจุดแทน เรื่องนี้จะดูออกง่ายกว่า ถ้าผมจะแสดงให้ดูในแบบสองมิติ" ว่าแล้วเขาก็เขียนรูปที่สามให้ดู

หลังจากเขียนรูปเสร็จแล้ว ดร.อินเซลเบอร์กก็อธิบายต่อว่า "เส้นตรงในระบบพิกัดตั้งฉากนั้นเราอาจถือว่าประกอบด้วยจุดจำนวนมากเรียงรายต่อกัน จุดแต่ละจุดนี้ดูไปแล้วก็ตรงกับเส้นแต่ละเส้นในพิกัดขนาน ซึ่งเราเห็นไปแล้ว เมื่อเราลากจุด ซึ่งกลายเป็นเส้นหลาย ๆ เส้นในพิกัดขนานแล้ว ก็บังเอิญให้เส้นเหล่านี้มาตัดกันที่จุด ๆ หนึ่งพอดี ดังนั้น เราจึงอาจถือว่า จุดนี้ก็คือเส้นในพิกัดตั้งฉากนั่นเอง"

ผมพิจารณาดูรูปที่ 3 สักครู่ แล้วก็ออกความเห็นว่า "ความจริงมันไม่ใช่จุดนะครับ แต่เป็นเซตของเส้นจำนวนมาก"

"แต่เราพอจะอนุโลมยกให้เป็นจุดได้" อัลเฟรดกล่าวยิ้ม ๆ

ผมพยักหน้ารับก่อนถามต่อไปว่า "จุดนี้จำเป็นจะต้องอยู่ระหว่างแกน x1 กับ x2 หรือเปล่าครับ"

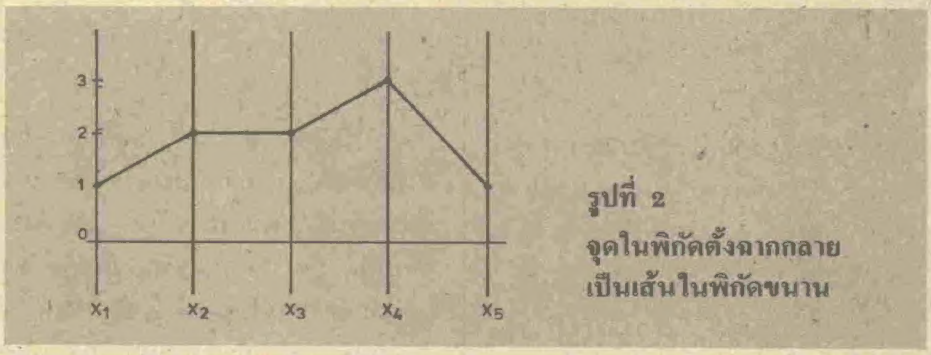
"ไม่จำเป็น"

"ถ้าอย่างนั้น มันมีเงื่อนไขอย่างไรล่ะครับ ว่ามันควรอยู่ตรงไหน" ผมซักต่อ

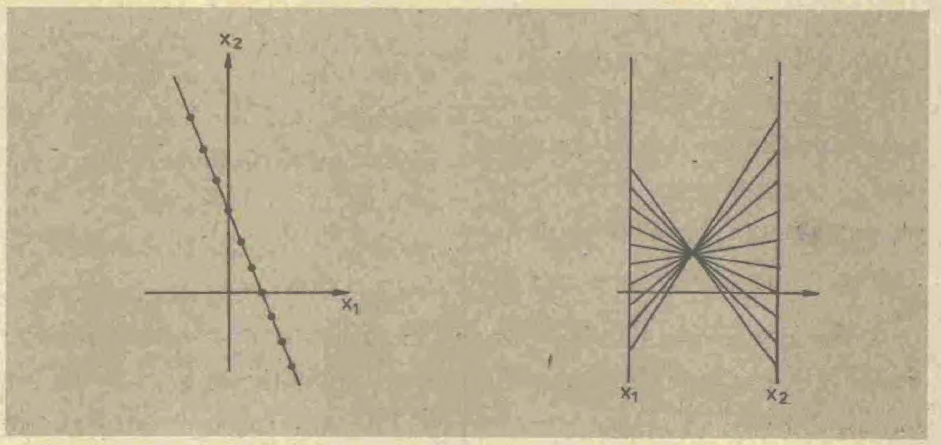
"คุณถามได้ดี แต่ผมจะไม่ตอบ เพราะเรื่องง่าย ๆ แค่นี้ คุณคิดสักประเดี๋ยวก็เห็นคำตอบแล้ว" ดร.อินเซลเบอร์กหอกกลับ และดังนั้น ผมก็เลยถือโอกาสผ่านปัญหามาให้คุณผู้อ่านลองคิดดูเองก็แล้วกันครับว่า มีเงื่อนไขใดบ้างที่จะทำให้จุดในพิกัดขนานนั้น อยู่ ณ ตำแหน่งต่าง ๆ เช่นอยู่ระหว่างกลางแกน อยู่บนแกน อยู่ทางขวาหรือทางซ้ายของแกน เป็นต้น

"ในเมื่อจุดกลายเป็นเส้น และเส้นกลายเป็นจุด อย่างนี้ รูปต่าง ๆ ที่เราเห็นในธรรมชาติมิบิดเบี้ยวไปหมดหรือครับ"

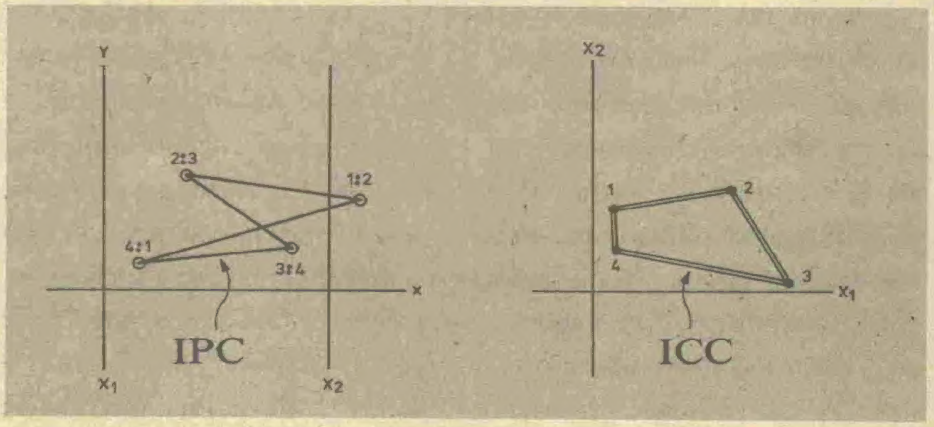
"ก็ต้องเปลี่ยนแปลงไปบ้างเป็นธรรมดา แต่มันไม่ถึงกับออกมาสับสนไร้ระเบียบนะครับ สิ่งที่มีกฎเกณฑ์ มีสมการคุมในพิกัดตั้งฉาก ก็ออกมามีรูปลักษณ์ที่เป็นระเบียบเช่นเดียวกัน ผมจะยกตัวอย่างให้ดูสักสองสามตัวอย่าง" คราวนี้ ดร.อินเซลเบอร์กลุกขึ้นจากเก้าอี้เอื้อมมือไปเปิดตู้เอกสารบนฝาผนังแล้วเลือกหยิบเอาเอกสารฉบับหนึ่งมาให้ผมดู "นี่ รูปนี้เป็นรูปการแปลงรูปสี่เหลี่ยม 1234 ในพิกัดตั้งฉากไปเป็นรูปในพิกัดขนาน" รูปดังกล่าวคือ รูปที่ 4



รูปที่ 2
จุดในพิกัดตั้งฉากกลายเป็นเส้นในพิกัดขนาน



รูปที่ 3 เส้นในพิกัดตั้งฉากกลับกลายเป็นจุดในพิกัดขนาน



รูปที่ 4 การแปลงรูปสี่เหลี่ยม

ผมพิจารณารูปแล้วก็พูดขึ้นว่า "จากหลักการของคุณ จุดแต่ละจุดควรจะต้องปรากฏเป็นเส้นเชื่อมโยงระหว่างแกน x1 กับ x2 ในพิกัดขนาน แต่ผมไม่เห็นมีจุด 1, 2, 3 และ 4 เลยนี่ครับ"

"จริงครับ" ดร.อินเซลเบอร์กตอบรับ "แต่แทนที่คุณจะมองรูปสี่เหลี่ยมเป็นจุด ขอให้ดูเป็นเส้นแทน เช่นเส้น 1-2 ในพิกัดตั้งฉากก็จะมาเป็นจุด 1:2 ในพิกัดขนาน แล้วคุณก็แปลงเส้นอื่น ๆ ตามลำดับก่อนลากเส้นเชื่อมจุดเหล่านี้ถึงกัน"

"ถ้าอย่างงั้นผมพอจะเข้าใจแล้ว" ผมตอบรับหลังจากลองคิดอยู่ครู่หนึ่ง "ว่าแต่ว่า คำ IPC กับ ICC นี้ย่อมาจากอะไรครับ"

IPC ย่อมาจาก Interactive Parallel Coordinates ส่วน ICC คือ Interactive Cartesian Coordinates" ดร.อินเซลเบอร์กตอบ

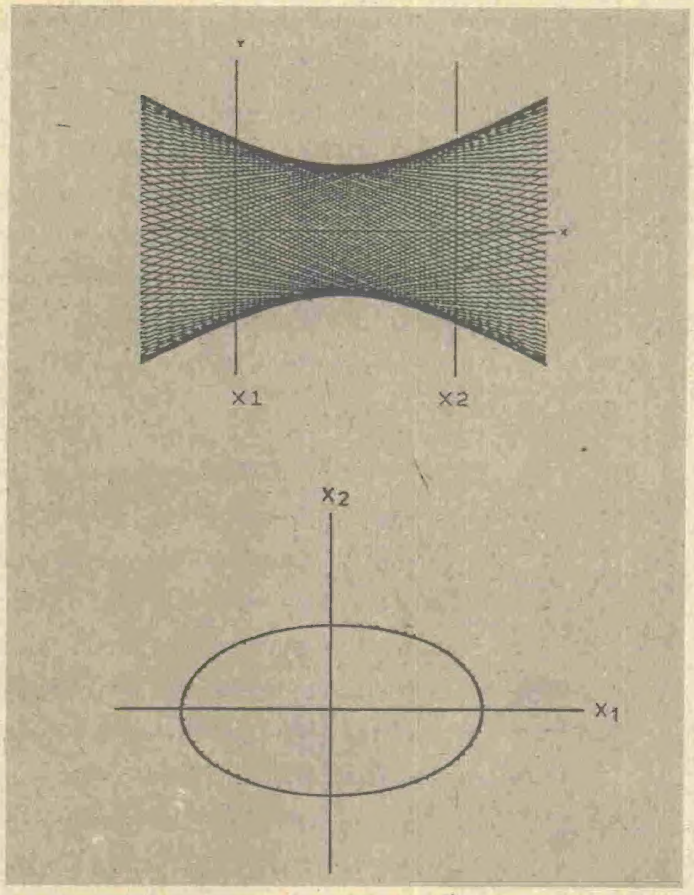
> *ลูกบาศก์ห้ามิติเป็นอย่างไร ผมก็ไม่เคยเห็น แล้วไม่คิดว่าจะได้เห็นด้วย แต่เมื่อได้เห็นก็ต้องยอมรับแปลกดี*

"นั่นก็แปลว่า คุณมีระบบกราฟิกหลายมิติที่ใช้งานได้แล้วซีครับ"

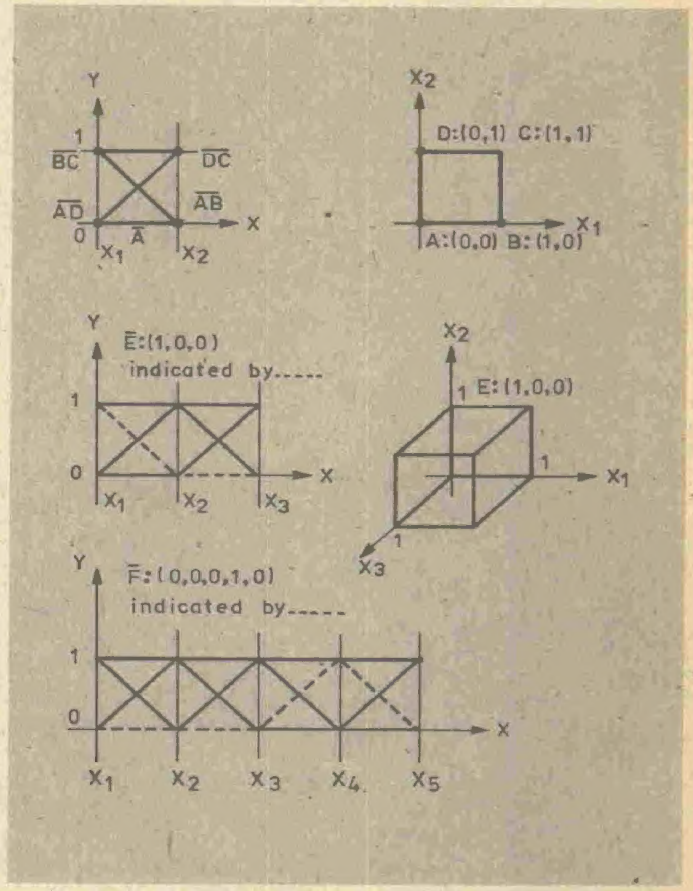
"ครับ เรามีระบบที่ทำงานบนเครื่องเมนเฟรมของเรา ซึ่งอีกสักครู่เราไปลองดูตัวอย่างกันก็ได้" อัลเฟรดบอก แล้วก็พลิกรูปให้ดูอีกรูปคือ รูปที่ 5 "รูปนี้เป็นการแปลงวงรีจากพิกัดตั้งฉาก มาเป็นพิกัดขนาน"

ผมดูรูปที่ 5 แล้วก็นึกชอบใจ เพราะมันเหมือนกับบางสิ่งบางอย่างที่ผมเคยเห็น และคุณผู้อ่านหลาย ๆ คนก็คงเคยเห็น... เก้าอี้หวายกลม ๆ อย่างไรล่ะครับ

"ส่วนรูปนี้" อัลเฟรดพลิกไปยังรูปต่อไป คือ รูปที่ 6 "เป็นการแปลงรูปลูกบาศก์ จากพิกัดตั้งฉากเป็นพิกัดขนาน ผมอยากให้ดูทีละส่วน ตอนแรกแสดงการแปลงรูปสี่เหลี่ยมจัตุรัสก่อน ในแบบเดียวกับรูปสี่เหลี่ยมทั่วไปที่เราดูกันเมื่อสักครู่นี้ ตอนที่สองเราขยายจากรูปสองมิติเป็นสามมิติก็จะได้ลูกบาศก์



รูปที่ 5 การแปลงรูปวงรี



รูปที่ 6 การแปลงรูปลูกบาศก์หลายมิติ

ส่วนตอนที่สามเป็นรูปลูกบาศก์ห้ามิติที่เขียนในพิกัดขนาน"

ลูกบาศก์ห้ามิติเป็นอย่างไร ผมก็ไม่เคยเห็น แล้วไม่คิดว่าจะได้เห็นด้วย แต่เมื่อได้เห็นเวลาแปลมาอยู่ในพิกัดขนานแล้วก็ต้องยอมรับว่าแปลกดี เพียงแต่นึกอย่างไร ๆ ก็ไม่เห็นเป็นรูปร่างขึ้นมาได้ เรื่องนี้คงต้องให้คุณผู้อ่านสร้างมโนภาพและจินตนาการเองก็แล้วกัน

"ดร.อินเซลเบอร์กครับ รูปที่นำมาให้ดูนี้น่าสนใจดีมาก แต่ผมอยากถามเรื่องการประยุกต์สักหน่อย ว่าเราจะเอากราฟหลายมิติไปใช้งานอะไรได้บ้าง" ผมถาม

"ถ้างั้นเราไปลองดูที่จอภาพเลยดีไหม" ดร.อินเซลเบอร์กชวน แล้วก็พาผมออกจากห้องทำงานไปยังห้องคอมพิวเตอร์ "ตอนนี้ผู้ช่วยของผมกำลังใช้โปรแกรมนี้อยู่ ผมจึงไม่อยากเรียกโปรแกรมมาให้ดูที่เทอร์มินัลในห้องของผม"

ผู้ช่วยของดร.อินเซลเบอร์กเป็นเด็กหนุ่มกำลังง่วนอยู่กับการทดลองภาพกราฟิกต่าง ๆ เมื่อเขาแลเห็นอัลเฟรดกับผมเดินเข้ามาจึงลุกขึ้นให้ดร.อินเซลเบอร์กใช้จอภาพ

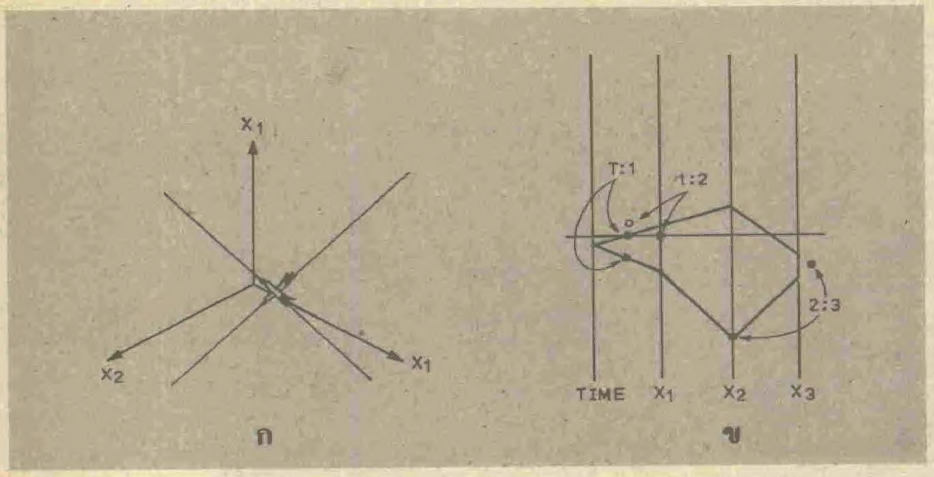
"เราจะดูการประยุกต์เกี่ยวกับการควบคุมการจราจรทางอากาศ" ดร.อินเซลเบอร์กอธิบาย "ในกรณีนี้เราจะเห็นว่าภาพกราฟิกในพิกัดตั้งฉากนั้นดูยาก ยกตัวอย่างเช่น ถ้ามีเครื่องบินสองลำ มีทิศทางการบิน ซึ่งดูแล้วทำท่าว่าจะชนกันอย่างในรูปนี้" เขากดปุ่มระบุคำสั่งและข้อมูล ทำให้เกิดภาพ ดังรูปที่ 7 ก.

"ความยากมันอยู่ที่เราแสดงเวลาไม่ได้ในพิกัดตั้งฉาก แต่ถ้าคุณเปลี่ยนไปใช้พิกัดขนาน โดยกำหนดให้แกนซ้ายสุดเป็นเวลาแล้ว คุณจะได้รูปนี้ (รูปที่ 7 ข.) ซึ่งเมื่อคุณดูตำแหน่งของเครื่องบินทั้งสองลำในช่วงเวลาเดียวกัน จะเห็นว่ามันอยู่ห่างกันมาก ชนกันไม่ได้"

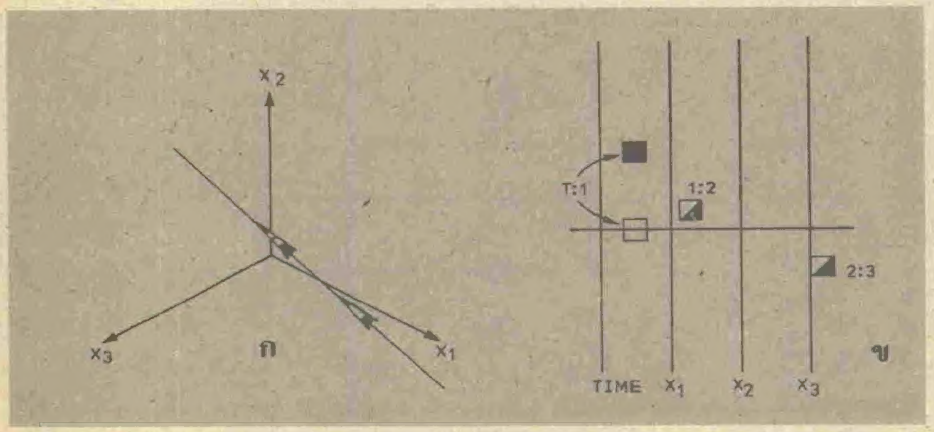
ภาพกราฟิกที่อัลเฟรดแสดงให้ผมดูนั้นเป็นภาพสีสวยงาม แต่น่าเสียดายที่ผมมีแต่ภาพขาวดำมาให้คุณผู้อ่านได้พิจารณา อย่างไรก็ตามคิดว่าคงไม่ยากที่คุณผู้อ่านจะติดตามคำอธิบายของดร.อินเซลเบอร์กให้เห็นว่า ระบบกราฟิกหลายมิตินี้น่าจะเป็นประโยชน์ได้จริง

"คราวนี้ดูอีกสักตัวอย่างนะครับ" สมมติว่ามีเครื่องบินสองลำบินตามกันไปในทิศทางเดียวกันด้วยความเร็วเท่ากันอย่างรูปนี้ (รูปที่ 8 ก) เราจะแสดงเป็นพิกัดขนานได้ดังนี้ (รูปที่ 8 ข) โดยที่ทิศทางของเครื่องบินทั้งสองไปในแนวเดียวกัน เราจะได้จุด 1:2 และ 2:3 ร่วมกัน ซึ่งเราแสดงเป็นรูปสี่เหลี่ยมสองสี ส่วนจุดทางซ้ายมือจะแสดงความเร็วในทิศทาง x1 ซึ่งเราจะบอกได้ว่า เครื่องไหนเร็วกว่ากัน แต่ในกรณีนี้ จุดแสดงความเร็วอยู่ในตำแหน่งตรงกลางเป็นแนวเดียวกัน ดังนั้น จึงหมายความว่า เครื่องบินทั้งสองลำมีความเร็วเท่ากันพอดี"

ครับ...นี่ก็คือแนวคิดเรื่องกราฟิกหลายมิติที่ผมได้ไปเรียนรู้มาจากศูนย์วิทยาศาสตร์ไอบีเอ็มที่ลอสแองเจลิส ซึ่งเรื่องนี้น่าสนใจมากในแง่ของการประยุกต์กับโมเดลที่มีตัวแปรหลายจำนวน โดยเฉพาะในการแสดงกราฟิกทางสถิติ หลักการนี้ไม่ยาก และคิดว่าเพียงเท่าที่อธิบายมานี้ก็คงจะพอช่วยให้คุณผู้อ่านที่สนใจเรื่องนี้ สามารถจัดทำระบบกราฟิกหลายมิติในพิกัดขนานได้โดยไม่ยากอะไร



รูปที่ 7 แนวทางบินตัดกันของเครื่องบิน



รูปที่ 8 แนวทางการบินตามกันไปของเครื่องบินสองลำ